

13. Übungsblatt: Entscheidbarkeit, Reduzierbarkeit

Aufgabe 1. (H 1 + 5 Punkte)

Sei $A = \{f(0), f(1), f(2), \dots\}$ rekursiv aufzählbar mittels einer totalen berechenbaren Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \Sigma^*$.

- a) Sei $C = e(A)$ für eine totale berechenbare Funktion $e : \Sigma^* \rightarrow \Delta^*$. Konstruieren Sie eine totale berechenbare Funktion $d : \mathbb{N} \rightarrow \Delta^*$, die C aufzählt.
- b) Sei $B \leq A$ mittels einer totalen berechenbaren Funktion $g : \Gamma^* \rightarrow \Sigma^*$. Konstruieren Sie eine totale berechenbare Funktion $h : \mathbb{N} \rightarrow \Gamma^*$, die $B \neq \emptyset$ aufzählt.

Aufgabe 2. (H 3 + 6 Punkte)

Welche der folgenden Sprachen ist rekursiv aufzählbar? Begründung!

- a) $L = \{w \mid \text{für alle } w' \text{ gilt: } M_w \text{ angesetzt auf } w' \text{ hält} \Leftrightarrow M_{w'} \text{ angesetzt auf } w \text{ hält nicht}\}$
- b) $L' = \{w \mid \text{für alle } w' \text{ gilt: } M_w \text{ angesetzt auf } w' \text{ hält nicht oder } M_{w'} \text{ angesetzt auf } w \text{ hält nicht}\}$

Aufgabe 3. (H 3 Punkte)

Geben Sie eine geeignete reguläre Sprache L an und zeigen Sie, dass jede entscheidbare Sprache auf L reduziert werden kann.

Aufgabe 4. (H 5 Punkte)

Zeigen Sie, dass es unentscheidbar ist, ob eine Turingmaschine genau die Sprache der Palindrome erkennt, d.h. dass die Sprache $\{w \in \{0, 1\}^* \mid L(M_w) = \{v \in \{a, b\}^* \mid v = v^R\}\}$ nicht entscheidbar ist.

Aufgabe 5. (H 3 + 3 + 3 Punkte)

Geben Sie jeweils mit Begründung für die folgenden Sprachen an, ob sie entscheidbar sind:

- a) $\{w\#x \mid M_w \text{ angesetzt auf das leere Band hält und gibt } x \text{ aus}\}$
- b) $\{w\#x \mid M_w \text{ angesetzt auf das leere Band hält nach } \leq |x|^3 \text{ Schritten und gibt } x \text{ aus}\}$
- c) $\{w \mid M_w \text{ angesetzt auf das leere Band hält nach } \leq |x|^3 \text{ Schritten und gibt ein } x \in \Sigma^* \text{ aus.}\}$