

Kapitel 2 - Berechenbarkeit - Stichpunkte

- Turing-Berechenbarkeit (= While = GOTO = μ -rek)
entspricht intuitivem Berechenbarkeitsbegriff.
- Turingmaschine
Mehrband = Einband (auf einem Band simulierbar)
 $x = \begin{cases} 1, & w \in A \\ \text{undef.}, & w \notin A \end{cases} \triangleq \text{semi-entscheidbar}$

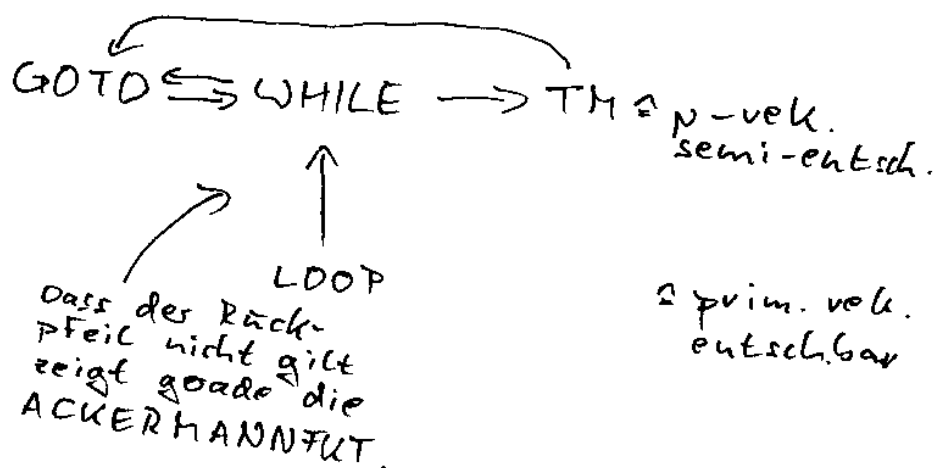
- LOOP-Programm
modifizierte Subtraktion

- While -

Kleene: Jede while-Berechenbare Fkt. kann durch ein while-Prog. mit nur einer while-Schleife simuliert werden.

- GOTO -

„immer nur benutzen, was auch definiert ist...“



- Entscheidbar: $\chi_A = \begin{cases} 1, & w \in A \\ 0, & w \notin A \end{cases}$

- SEMI-Entscheidbar:

$$\chi_A = \begin{cases} 1, & w \in A \\ \text{undef.}, & w \notin A \end{cases}$$

- A entscheidbar $\Leftrightarrow A, \bar{A}$ semi-entscheidbar $\Leftrightarrow \bar{A}$ entscheidbar

- vek. aufzählbar: ($\hat{=}$ semi-entscheidbar)

\exists totales, berechenbares $F: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{E}^*$, das A aufzählt

vek. aufzählbar = semi-entsch. bar = Typ 0 = \exists TM, die Abodiert
= χ_A ist Turing- / While- / GOTO-berechenbar
= A ist Def. ber. eines berechenbaren Fkt.
= A ist Werteb. \sim

- abzählbar:

hier muss F nicht mehr ber. bar sein

Reduktion:

$$A \leq B \Leftrightarrow \exists \text{ totale berechenbare Fkt. } F \text{ mit} \\ (x \in A \Leftrightarrow F(x) \in B)$$

Für A nehmen wir ein Problem, von dem wir wissen, dass es unentscheidbar ist und setzen es in B ein. (eben durch F)

Somit ist A ein Spezialfall von B und wenn der Spezialfall schon unentscheidbar ist, so ist B unentscheidbar.

- unentscheidbar sind:

spezielles Halteproblem: $\{w \in \{0,1\}^* \mid M_w \text{ angesetzt auf } w \text{ hält}\}$

Halteproblem: $\{w \# x \mid M_w \text{ anges. auf } x \text{ hält}\}$
 $= H$

H auf leerem Band: $\{w \mid M_w \text{ anges. auf leerem Band hält}\}$
 $= H_0$

- Satz von Rice:

Sei $S \neq \emptyset$ und $S \neq R$ nur dann gilt:

$(S) = \{w \mid \text{Die von } M_w \text{ bes. Fkt. liegt in } S\}$
ist unentscheidbar.

- PCP: geg. Paare (x_i, y_i)

ges. Gibt es Aneinanderreihung der Paare, so
dass $x_{i_1} \dots x_{i_n} = y_{i_1} \dots y_{i_n}$

Schon ab zweielewertigem Alphabet unentscheidbar.

- unentscheidbare Grammatikprobleme (\rightarrow S. 126 ff.)