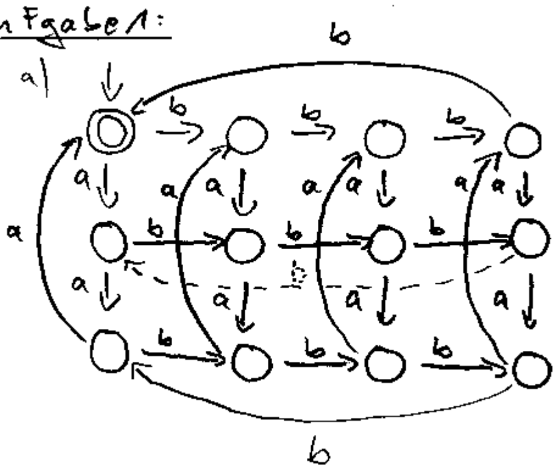
Blatt 6

Aufgabe 1:

a)



b) Mit dem Pumping-/Schleifenlemma will ich gerade Schleifen im (Minimal!-)Automat finden. Die Beantwortung der Frage, was die PLZ ist, ist also gerade die Beantwortung der Frage: Wie komme ich gerade noch durch den Automat, ohne eine Schleife zu durchlaufen? Wieviele Zustände kann ich durchlaufen, ohne einen doppelt zu besuchen?

$\Rightarrow$ PLZ $= 12$

c) Zerlegung: $\underbrace{b}_{u}\ \underbrace{bbabbbabbba}_{v}\ \underbrace{bbb}_{w}$

d) Es ergibt sich ein Kreuzproduktautomat mit folgender Übergangsfunktion: (nichtdet.!)

$\sqcup\!\sqcup: \delta((z_1,z_2),a) = \{(\delta_1(z_1,a), z_2), (z_1, \delta_2(z_2,a))\}$

mit $M_{L_1} = \{Z_1, \Sigma_1, \delta_1, z_{1,0}, E_1\}$, $M_{L_2} = \{Z_2, \Sigma_2, \delta_2, z_{2,0}, E_2\}$

$\Rightarrow M_{\sqcup\!\sqcup} = \{Z_1 \times Z_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, (z_{1,0}, z_{2,0}), \{(A,B) \in Z_1 \times Z_2 \mid A \in E_1 \cup E_2 \vee B \in E_1 \cup E_2\}\}$

e) - Hat der Kreuzproduktautomat einen erreichbaren EZ?

- $L_1 = \emptyset \vee L_2 = \emptyset \Rightarrow L_1 \sqcup\!\sqcup L_2 = \emptyset$

f) - Hält der $M_{\sqcup\!\sqcup}$ im Endzustand?

- Verfüttere Wort an M_{L_1} und M_{L_2} (nichtdet. bei nicht disjunkten Σ_1, Σ_2) und wenn beide am Ende im Endzustand sind lag das Wort drin.

Aufgabe 2:

$PLZ = n$

Wähle $a^{(n+1)!-1}\, b^{(n+1)!}$ (Zahl und Vorgang teilerfremd)

Sei $v = a^m$

$\Rightarrow uv^0w = a^{(n+1)!-1-m}\, b^{(n+1)!}$

$= a^{(n+1)!-(m+1)}\, b^{(n+1)!} \notin L$

Warum $\notin L$?

$m < n+1 \Rightarrow m+1 \leq n+1$

$\Rightarrow (m+1) \mid (n+1)!$ (Fak. hat alles $\leq n+1$ als Teiler)

$\Rightarrow (m+1) \mid (n+1)! - (m+1)$, weil $(n+1)! = (m+1)\cdot z$ und $z > 1$.

Aufgabe 3:

$S \to A \mid A + A$

$A \to B \mid B * B$

$B \to 0 \mid 1 \mid (S)$

$\Rightarrow$

$S \to B \mid B*B \mid B+B \mid B+B*B \mid B*B+B \mid B*B+B*B$

$B \to 0 \mid 1 \mid (S)$

$S \to 0 \mid 1 \mid (S) \mid B*B \mid B+B \mid B+B*B \mid B*B+B \mid B*B+B*B$

$\Rightarrow B \to 0 \mid 1 \mid (S)$

damit sind die einzelnen Variablen weg...

$\Rightarrow S \to 0 \mid 1 \mid (X_{S)} \mid B X_{*B} \mid B X_{+B} \mid B X_{+B*B} \mid B X_{*B+B}$

$X_{S)} \to S X_)$, $X_) \to)$

$X_{*B} \to X_* B$, $X_* \to *$

$X_{+B} \to X_+ B$, $X_+ \to +$

$X_{+B*B} \to X_+ X_{B*B}$, $X_{B*B} \to B X_{*B}$

$X_{*B+B} \to X_* X_{B+B}$, $X_{B+B} \to B X_{+B}$

$\Rightarrow$

$[S \to B*B + B*B \quad (\text{alt})]$

$\Rightarrow S \to B\, X_{*B+B*B}$

$X_{*B+B*B} \to X_{*B}\, X_{+B*B}$

$B \to 0 \mid 1 \mid (\, X_{S)}$

fertig.

Aufgabe 4:

$S \to SA \mid AcBcAc$

$A \to BB$

$B \to AbBbA \mid c \mid \varepsilon$

erstmal $B \to \varepsilon$ wegmachen:

$S \to SA \mid AcBcAc \mid \underline{AccAc}$

$A \to BB \mid \underline{B \mid \varepsilon}$ $\qquad\qquad$ $\underline{\quad\quad}$ = neu

$B \to AbBbA \mid \underline{AbbA} \mid c$

jetzt $A \to \varepsilon$ weg:

$$S \to SA \mid AcBcAc \mid AccAc \mid \left.\begin{array}{l} cBcAc \mid ccAc \mid \\ cBcc \mid ccc \mid \\ AcBcc \mid Accc \end{array}\right\} \text{neu}$$

$A \to BB \mid B$

$$B \to AbBbA \mid AbbA \mid c \mid \left.\begin{array}{l} bBbA \mid bbA \mid \\ bBb \mid bb \mid \\ AbBb \mid Abb \end{array}\right\} \text{neu}$$

jetzt muss noch $A \to B$ weg:

$$S \to SA \mid AcBcAc \mid AccAc \mid cBcAc \mid ccAc \mid cBcc \mid ccc \mid AcBcc \mid Accc$$

$$A \to BB \mid \underbrace{AbBbA \mid AbbA \mid c \mid bBbA \mid bbA \mid bBb \mid bb \mid AbBb \mid Abb}_{\text{neu}}$$

$$B \to AbBbA \mid AbbA \mid c \mid bBbA \mid bbA \mid bBb \mid bb \mid AbBb \mid Abb$$

so jetzt können wir in CNF verwandeln:

$$S \to SA \mid A X_{cBcAc} \mid A X_{ccAc} \mid X_c X_{BcAc} \mid X_c X_{cAc} \mid X_c X_{Bcc} \mid X_c X_{cc} \mid A X_{cBcc} \mid A X_{ccc}$$

$X_c \to c$, $X_{cc} \to X_c X_c$, $X_{ccc} \to X_c X_{cc}$,

$X_{cBcAc} \to X_c X_{BcAc}$

$X_{BcAc} \to B X_{cAc}$

$X_{cAc} \to X_c X_{Ac}$

$X_{Ac} \to A X_c$

etc. ...

Aufgabe 5:

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ die zu L gehörige Grammatik in CNF.
Dann ist die Grammatik für L^R gerade:

$$G' = (V, \Sigma, P', S) \text{ mit } P' = \{A \to a \mid A \to a \in P\} \cup \{A \to CB \mid A \to BC \in P\}$$

G' ist kontextfrei, da in CNF.
Folgende (stark verkürzt aufgeschrieben) Induktion zeigt die Korrektheit:

$$S \overset{n}{\underset{P}{\Rightarrow}} \alpha_1 A \alpha_2 \underset{P}{\Rightarrow} \alpha_1 a \alpha_2 \iff S \overset{n}{\underset{P'}{\Rightarrow}} \alpha_1^R A \alpha_2^R \underset{P'}{\Rightarrow} \alpha_1^R a \alpha_2^R \checkmark$$

$$S \overset{n}{\underset{P}{\Rightarrow}} \alpha_1 A \alpha_2 \underset{P}{\Rightarrow} \alpha_1 BC \alpha_2 \iff S \overset{n}{\underset{P'}{\Rightarrow}} \alpha_1^R A \alpha_2^R \underset{P'}{\Rightarrow} \alpha_1^R CB \alpha_2^R \checkmark$$

$\overset{n}{\underset{P}{\Rightarrow}}$ $\hat{=}$ geht in n Schritten durch Regeln aus P über in

$\square$