Blatt 11:

Aufgabe 1:

„IF $x_i > x_j$ THEN A ELSE B END"

$x_d := x_i - x_j$;
$y := 1$;
WHILE $x_d \neq 0$ DO
A;
$x_d := 0$;
$y := 0$
END;
WHILE $y \neq 0$ DO
B;
$y := 0$
END

Aufgabe 2:

a) „$x_i := x_i + 3$"

$v := v \cdot p_i$;
$v := v \cdot p_i$;
$v := v \cdot p_i$;
GOTO M_F

b) „GOTO M_j" durch bedingten Sprung simulieren, also IF true GOTO

IF v mod 1 = 0 THEN GOTO M_j

c) „$x_i := x_i - 2$" (modifizierte Subtraktion!)

IF v mod p_i = 0 THEN GOTO M_1; „subtrahierbar?"
GOTO M_F;
M_1: v := v DIV p_i;
IF v MOD p_i = 0 THEN GOTO M_2; „nochmal subtrahierbar?"
GOTO M_F;
M_2: v := v DIV p_i;
GOTO M_F

d) „$x_1 := x_j$"

```
M1: IF v mod pj = 0   GOTO M2;        „xj sichern"
M3: IF v mod p1 = 0   GOTO M4;        „x1 noch ≠ 0 ? ⇒ M4"
M5: IF v mod pk+1 = 0 GOTO M6;        „pk+1 ≠ 0 ? ⇒ M6"
    GOTO MF;                          „fertig"
M2: v := v div pj;
    v := v * pk+1;                    „xj ⇒ xk+1"
    GOTO M1;
M4: v := v div p1;                    „x1 := 0"
    GOTO M3;
M6: v := v div pk+1;                  „xk+1 --"
    v := v * p1;                      „x1 ++"
    v := v * pj;                      „xj ++"
    GOTO M5
```

e) „IF $x_i = c$ THEN GOTO M_j"

```
    xk+2 := xi;                       „⇒ a)"
    xk+2 := xk+2 - (c-1)              „⇒ c)"      ⇒ Wenn xi = c steht in
                                                     xk+2 jetzt 1

    IF v MOD pk+2 = 0 THEN GOTO M1;
    GOTO MF;                          „c ≥ xi"
M1: xk+2 := xk+2 - 1;
    IF v MOD pk+2 = 0 THEN GOTO MF;   „c < xi"
    GOTO Mj                           „c = xi"
```

Aufgabe 3:

a) " $exp'(x,y) = y^x$ "

$exp'(0,y) = 1$
$exp'(x+1,y) = mult(exp'(x,y), y)$

b) " $exp(x,y) = x^y$ "

Wie auf S. 110 Mitte steht, ist es egal, über welches Argument die Rekursion geht; Folglich stimmt Folgendes:

$exp(x,0) = 1$
$exp(x,y+1) = mult(x, exp(x,y))$

Hier soll aber die Projektionsfunktion gewählt werden: $\pi^{\text{Stelligkeit (Argumente)}}_{\text{Nummer der}}$

$\Rightarrow exp(x,y) = exp'(\pi^2_2(x,y), \pi^2_1(x,y))$

c) $max(x,y) = add(mult(h_1(sub(x,y)), x), mult(h_2(sub(x,y)), y))$

$h_1(0) = 0$; $h_2(0) = 1$;
$h_1(n+1) = 1$; $h_2(n+1) = 0$;

dementsprechend wäre $min(x,y) = add(mult(h_2(sub(x,y)), x), mult(h_1(sub(x,y)), y))$

d) $u(0,z) = z-1$
$u(n+1,z) = n$
$v(x,y,z) = u(x-1,z)+1$ Liefert x für $x-1>0$, sonst z

$h(0,y,z) = y$
$h(n+1,y,z) = v(h(n,y,z),y,z)$
$t(x,y) = h(x,y,y)$ Liefert die kleinste pos. Zahl der Form $z = k\cdot y - x$ mit $k \geq 0$, die den $ggT(x,y)$ enthält und kleiner als y ist, oder schon $ggT(x,y)$ ist.

$f(w,x,y) = t(x, t(y,w))$ Liefert eine Zahl, die kleiner als w ist und den $ggT(x,y)$ enthält oder bereits $ggT(x,y)$

$g(0,x,y) = x$
$g(n+1,x,y) = f(g(n,x,y),x,y)$ iteriert f n-fach
$ggT(x,y) = g(x+y,x,y)$ iteriert f oft genug...